

Analüütilise geomeetria ülesandeid

1. Leidke ruutfunktsiooni $y = ax^2 + bx + c$ kordajad, kui $x = 6$ on ruutfunktsiooni nullkoht ja vähim väärtus -8 on punktis $x = 4$.
2. Joonestage sirged $y = -0,5x + 5$ ja $y = -2x + 8$ ühes ja samas koordinaatteljestikus. Arvutage sirgete lõikepunkt A. Tähistage sirgete lõikepunktid x-teljega tähtedega B ja C. Arvutage saadud kolmnurga ABC pindala. Ruutfunktsiooni $y = x^2 - ax + b$ graafik läbib punkte D(1;9) ja E(5;1). Leidke kordajad a ja b. Joonestage saadud ruutfunktsiooni graafik eelmisesse teljestikku ning kontrollige, millised kolmnurga ABC tipud asuvad sellel graafikul.
3. Nelinurka piiravad neli sirget võrranditega $2y = x + 4$, $y = 2x - 4$, $2y = x - 2$ ja $y = 2x + 2$. Tehke võimalikult täpne joonis koordinaatasandil. Tõestage, et tekkinud nelinurk on romb. Leidke nelinurga diagonaalide lõikepunkti koordinaadid.
4. Ringjoonele $x^2 + y^2 = 16$ keskpunktiga O on joonestatud punktist A(9;0) kaks puutujat AB ja AC. Leidke nelinurga ABOC pindala.
5. Ringjoon, mille keskpunkt on F(3;-1), läbib lõigu AB keskpunkti. Koostage ringjoone võrrand, kui A(5;7) ja B(1;5).
6. Kui pikk on sirgega $x + y - 5 = 0$ määratud kõõl, kui ringjoone võrrand on $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$?
7. Antud on kolm punkti A(-6;1), B(2;-3) ja C(0;7).
 - a) Leidke vektori \vec{u} koordinaadid, kui $\vec{u} = \vec{AB} + 2\vec{BC} - 0,5\vec{CA}$
 - b) Leidke kolmnurga ABC nurgad ja pindala.
 - c) Kirjutage tipust A joonestatud mediaani võrrand.
 - d) Kirjutage tipust C tõmmatud kõrguse võrrand.
 - e) Kirjutage võrrand sirgele, mis läbib kolmnurga tippu C ja on paralleelne küljega AB.
 - f) Leidke nurk sirgete $x + 3y - 9 = 0$ ja $2x - y + 7 = 0$ vahel.
8. Antud on sirge $y = x + 2$
 - a) Kas punkt A(2;2) asub sellel sirgel?
 - b) Koostage võrrand sirgele, mis läbib punkti A ja mille tõus on 3.
 - c) Leidke esialgse ja saadud sirge lõikepunkt ning sirgete vaheline nurk.
 - d) Koostage võrrand sirgele, mis läbib saadud sirgete lõikepunkti B ning on risti esimese sirgega.
 - e) Joonestage ühes teljestikus kõik kolm sirget.
9. Sirgjooneliselt liikuv punkt asetses teatud ajamomentidel punktides A(5;2) ja B(-1;-2). Määrake liikuva punkti asukoht momendil, mil ta jõuab x-teljele. Lahendage ülesanne analüütiliselt ja graafiliselt.
10. Sirgjooneliselt liikuv punkt asetses teatud ajamomentidel punktides A(-6;1) ja B(-4;3). Kas punktid M(1;8) ja N(3;9) asetsevad liikuva punkti trajektooriga? Lahenda ülesanne analüütiliselt ja graafiliselt.

11. Koordinaattasandi esimeses veerandis paikneva võrdkülgse kolmnurga tipp asetseb koordinaatide alguses ja üks külgedest y -teljel. Leidke kolmnurga külgede võrrandid, kui külje pikkus on 8 ühikut.
12. Ristküliku ABCD üks külg asub sirgel $2x + 3y - 6 = 0$ ja ühe diagonaali otspunktid on $A(0;2)$ ja $C(3;2)$. Koostage ülejäänud külgede võrrandid.
13. Nelinurga ABCD tipud on $A(9;3;-8)$, $B(7;5;-9)$, $C(-5;-1;0)$ ja $D(-11;-7;7)$.
- Veenduge, et nelinurk on trapets.
 - Kas trapets on võrdhaarne? Põhjendage!
 - Leidke trapetsi haarade pikenduste vahelise nurga koosinus.
14. On antud punktid $A(0;0;2)$, $B(4;0;0)$ ja $M(2;3;0)$.
- Leidke punktid C ja D nii, et nelinurk ABCD oleks rööpkülik, mille diagonaalide lõikepunkt on M . Tehke joonis.
 - Leidke nurk rööpküliku diagonaalide vahel.
 - Leidke kolmnurga ABM pindala. Arvutusi tegemata põhjenda, et rööpküliku ABCD pindala on täpselt neli korda suurem kolmnurga ABM pindalast.
15. Kolmnurk ABC on määratud tipuga $A(4;9)$ ja vektoritega $\overrightarrow{AB} = (-12;-5)$ ning $\overrightarrow{BC} = (5;-12)$
- Arvutage tippude B ja C koordinaadid ning joonestage kolmnurk ABC.
 - Arvutage külje AC pikkus.
 - Tõestage, et tegemist on võrdhaarse täisnurkse kolmnurgaga.
 - Leidke punkte A ja C läbiva sirge võrrand.
 - Kui suur on tõus sirgel, millel paikneb kolmnurga tipust B joonestatud kõrgus.
16. a) Leidke võrrand ringjoonele, mille keskpunkt asub koordinaattasandi I veerandis, raadius on 3 ja ringjoon puutub y -telge punktis $(0;1)$
 b) Leidke kolmnurga LMN, kus $L(-1;2)$, $M(-1;-2)$ ja $N(5;2)$, ümberringjoone võrrand.
 c) Leidke ringjoonele $x^2 - 6x + y^2 - 4y = 4$ punktis $A(2;-2)$ tõmmatud puutuja võrrand.
17. Antud on funktsioonid $y = (x - 2)^2 - 4$ ja $y = 5$. Joonestage nende funktsioonide graafikud ühes teljestikus ja arvutage nende lõikepunktide koordinaadid. Leidke ruutfunktsiooni sümmeetriatelg. Leidke antud joonte poolt piiratud kujundi ümberringjoone võrrand.
18. Leia joonte $4x - 5y + 8 = 0$, $x - 8y + 2 = 0$ ja $2x + 2y - 5 = 0$ poolt piiratud kujundi pindala. Leia kordaja a väärtus, kui hüperbooli $xy = a$ kaar läbib tekkinud kujundi I koordinaattasandi veerandisse jäävaid tippe.
19. Kolmnurga 2 külge asuvad sirgetel $y + 3x - 12 = 0$ ja $x + y - 8 = 0$ ning kolmas külg x -teljel.
- Tehke joonis ja arvutage tekkinud kolmnurga pindala. (Tähista esimese sirge lõikepunkt x -teljega tähega A , teise sirge lõikepunkt x -teljega tähega C ning sirgete omavaheline lõikepunkt tähega B)
 - Kirjutage sirgel $x + y - 8 = 0$ asuvale kolmnurga küljele joonestatud mediaani võrrand.
 - Leidke kolmnurga tippe läbiva parabooli võrrand.
 - Leidke kolmnurga ümberringjoone võrrand.

20. Kolmnurga kahe külje võrrandid on $y + 2x = 10$ ja $2y - x = 10$. Tema kolmandaks küljeks on ringjoonele $x^2 - 4x + y^2 - 2y = 5$ punktis $F(1;-2)$ tõmmatud puutuja. Leidke kolmnurga tippude koordinaadid. Arvutage ringi poolt katmata jäänud kolmnurga osade pindala. Selgitage! Tehke joonis!
21. Antud on ringjoon $x^2 + y^2 - 14x - 4y + 43 = 0$
- Leidke selle ringjoone keskpunkti koordinaadid ja raadius ning arvutage ringjoone pikkus.
 - Leidke selle ringjoone lõikepunktid abstsissiteljega.
 - Leidke selle ringjoone puutuja võrrand punktis $A(10;3)$
 - Samas teljestikus on antud kolmnurk oma külgede võrranditega: $5x - 7y = -17$, $5x + 12y = 2$ ja $2x + y = 16$. Leidke kolmnurga tippude koordinaadid.
 - Arvutage kolmnurga sisenurk, mis jääb koordinaattasandi II veerandis asuva tipu juurde.
 - Arvutage kolmnurga pindala.
 - Antud ringjoon katab osaliselt kolmnurga. Leidke ringi poolt katmata jäänud osa pindala.
 - Mitu % moodustab ringi pindala kolmnurga pindalast?
22. Punkti $P(-1;1)$ on rakendatud vektorid $\overrightarrow{PA} = (4;1)$, $\overrightarrow{PB} = (1;5)$ ja $\overrightarrow{PC} = (7;6)$. Leia kolmnurga ABC tippude koordinaadid.
23. Antud on vektorid $\overrightarrow{AB} = (6;-3)$, $\overrightarrow{BC} = (2;6)$, $\overrightarrow{CD} = (-4;4)$ ja $\overrightarrow{DA} = (-4;-7)$. Leia nelinurga ABCD ümbermõõt ja pindala
24. Punktide A, B ja C kohavektorite koordinaadid on vastavalt $(-1;2)$, $(3;5)$ ja $(3;-3)$. Leia kolmnurga ABC tippude koordinaadid ning arvuta kolmnurga pindala. Kas kolmnurk on täisnurkne? Selgita!