

Võrrandid

Lineaarvõrrand

$$ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a}, \text{ kui } a \neq 0;$$

lahend puudub, kui $a = 0$ ja $b \neq 0$;

lahendeid on lõpmata palju, kui $a = 0$ ja $b = 0$.

Ruutvõrrand

Taandamata ruutvõrrand $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Diskriminant $D = b^2 - 4ac$

Kui $D > 0$, siis 2 erinevat lahendit $x_1 \neq x_2$.

Kui $D = 0$, siis 2 võrdset lahendit $x_1 = x_2$.

Kui $D < 0$, siis reaalarvulised lahendid puuduvad.

Taandatud ruutvõrrand $x^2 + px + q = 0$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Vietè'i teoreem: $x_1 + x_2 = -p$ ja $x_1 \cdot x_2 = q$.

Murdvõrrand – võrrand, milles tundmatu esineb murru nimetajas.

Murru väärtus on null siis ja ainult siis, kui murru lugeja on null ja nimetaja ei ole null.

$$\frac{L}{N} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} L = 0 \\ N \neq 0 \end{cases}$$

Juurvõrrand – võrrand, milles tundmatu esineb juuritavas.

Võrrandi mõlemaid pooli tuleb astendada (sobivalt valitud) ühe ja sama naturaalarvulise astendajaga.

NB! Võrrandi poolte astendamisel paarisarvulise astendajaga võib tekkida võõrlahendeid. Nende väljaselgitamiseks tuleb saadud lahendeid KONTROLLIDA LÄHTEVÕRRANDIS.

Näide:

$$x - \sqrt{25 - x^2} = 1 \quad \begin{array}{l} \text{viime juurt mittersisaldavad} \\ \text{liikmed ühele poolele,} \end{array}$$

$$x - 1 = \sqrt{25 - x^2} \quad \left| \left(\right)^2 \right. \quad \begin{array}{l} \text{tõstame mõlemad pooled ruutu} \end{array}$$

$$(x - 1)^2 = \left(\sqrt{25 - x^2} \right)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 25 - x^2 \quad \text{lahendame ruutvõrrandi}$$

$$x_1 = -3, x_2 = 4$$

Kontrollime saadud lahendeid lähtevõrrandis.

Kui $x = -3$, siis $VP = -3 - \sqrt{25 - 9} = -7$ ja $PP = 1$.

$VP \neq PP$. Seega on $x = -3$ lähtevõrrandi jaoks võõrlahend.

Kui $x = 4$, siis $VP = 4 - \sqrt{25 - 16} = 1 = PP$.

Vastus: $x = 4$

Võrrandisüsteemid: asendusvõte, liitmisvõte jms erivõtted, graafiline lahendamine.

Kontroll kohustuslik: murdvõrrand (nulliga jagamine); juurvõrrand ja edaspidi logaritmivõrrand.

Võrratused

Lineaarvõrratus

$$ax + b < 0, (>, \leq, \geq)$$

Samasusteisendustega.

NB! Võrratuse poolte vahetamisel ja võrratuse poolte korrutamisel (jagamisel) negatiivse arvuga muutub võrratuse märk vastupidiseks.

Ruutvõrratus

$$ax^2 + bx + c < 0, a \neq 0 \quad (>, \leq, \geq)$$

1. Leida ruutkolmliikme nullkohad, st lahendada vastav võrrand.
2. Teha joonis.
3. Lageda jooniselt lahendihulk.

NB! 2. ja 3. samm tuleb teha ka siis, kui ruutkolmliikmel nullkohad puuduvad.

Murdivõrratus

Murdivõrratuste lahendamine toetub omadusele, et jagatis ja korrutis on samadel tingimustel positiivne (negatiivne). Lisaks tuleb arvestada, et murru nimetaja ei saa võrduda nulliga.

$$\frac{L}{N} > 0 \Leftrightarrow L \cdot N > 0; \quad \frac{L}{N} < 0 \Leftrightarrow L \cdot N < 0$$

$$\frac{L}{N} \geq 0 \Leftrightarrow L \cdot N \geq 0, \text{ ja } N \neq 0;$$

$$\frac{L}{N} \leq 0 \Leftrightarrow L \cdot N \leq 0 \text{ ja } N \neq 0.$$

Intervallide meetod

$$(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n) < 0 \quad (>, \leq, \geq)$$

1. Tegurite nullkohad.
2. Joonis (joone algus, pörkamine).
3. Jooniselt lahendihulk.

Absoluutväärtust sisaldavad võrratused (def. tasemel, st kauguse mõiste abil):

$$|x| < a \Leftrightarrow \begin{cases} x < a \\ x > -a \end{cases}$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x > a \text{ või } x < -a.$$

Võrratusesüsteemid: üks tundmatu, mitu võrratust, lahendame ükshaaval võrratused ja leiame lahendihulkade ühisosa.