Võrrandid

Lineaarvõrrand

$ax + b = 0$

$x = -\frac{b}{a}$, kui $a \neq 0$;

lahend puudub, kui $a = 0$ ja $b \neq 0$;

lahendeid on lõpmata palju, kui $a = 0$ ja $b = 0$.

Ruutvõrrand

Taandamata ruutvõrrand $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Diskriminant $D = b^2 - 4ac$

Kui D>0, siis 2 erinevat lahendit $x_1 \neq x_2$.

Kui D=0, siis 2 võrdset lahendit $x_1 = x_2$.

Kui D<0, siis reaalarvulised lahendid puuduvad.

Taandatud ruutvõrrand $x^2 + px + q = 0$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Vietè'i teoreem: $x_1 + x_2 = -p$ ja $x_1 \cdot x_2 = q$.

Murdvõrrand – võrrand, milles tundmatu esineb murru nimetajas.

Murru väärtus on null siis ja ainult siis, kui murru lugeja on null ja nimetaja ei ole null.

$$\frac{L}{N} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} L = 0 \\ N \neq 0 \end{cases}$$

Juurvõrrand – võrrand, milles tundmatu esineb juuritavas.

Võrrandi mõlemaid pooli tuleb astendada (sobivalt valitud) ühe ja sama naturaalarvulise astendajaga.

NB! Võrrandi poolte astendamisel paarisarvulise astendajaga võib tekkida võõrlahendeid. Nende väljaselgitamiseks tuleb saadud lahendeid KONTROLLIDA LÄHTEVÕRRANDIS.

Näide:

$x - \sqrt{25 - x^2} = 1$ viime juurt mittesisaldavad liikmed ühele poolele,

$x - 1 = \sqrt{25 - x^2} \,\big|\, (\ )^2$ tõstame mõlemad pooled ruutu

$(x-1)^2 = \left(\sqrt{25 - x^2}\right)^2$

$x^2 - 2x + 1 = 25 - x^2$ lahendame ruutvõrrandi

$x_1 = -3, x_2 = 4$

Kontrollime saadud lahendeid lähtevõrrandis.

Kui $x = -3$, siis $VP = -3 - \sqrt{25 - 9} = -7$ ja $PP = 1$.

$VP \neq PP$. Seega on $x = -3$ lähtevõrrandi jaoks võõrlahend.

Kui $x = 4$, siis $VP = 4 - \sqrt{25 - 16} = 1 = PP$.

Vastus: $x = 4$

Võrrandisüsteemid: asendusvõte, liitmisvõte jms erivõtted, graafiline lahendamine.

Kontroll kohustuslik: murdvõrrand (nulliga jagamine); juurvõrrand ja edaspidi logaritmvõrrand.

Võrratused

Lineaarvõrratus

$ax+b<0, (>, \le, \ge)$

Samasusteisendustega.

NB! Võrratuse poolte vahetamisel ja võrratuse poolte korrutamisel (jagamisel) negatiivse arvuga muutub võrratuse märk vastupidiseks.

Ruutvõrratus

$ax^2+bx+c<0$, $a \ne 0$ $(>, \le, \ge)$

1. Leida ruutkolmliikme nullkohad, st lahendada vastav võrrand.
2. Teha joonis.
3. Lugeda jooniselt lahendihulk.

NB! 2. ja 3. samm tuleb teha ka siis, kui ruutkolmliikmel nullkohad puuduvad.

Murdvõrratus

$$\frac{L}{N}>0 \Leftrightarrow \begin{cases} L<0 \\ N<0 \end{cases} \text{või} \begin{cases} L>0 \\ N>0 \end{cases}$$

$$\frac{L}{N}<0 \Leftrightarrow \begin{cases} L<0 \\ N>0 \end{cases} \text{või} \begin{cases} L>0 \\ N<0 \end{cases}$$

$$\frac{L}{N}\ge 0 \Leftrightarrow \begin{cases} L\le 0 \\ N<0 \end{cases} \text{või} \begin{cases} L\ge 0 \\ N>0 \end{cases}$$

$$\frac{L}{N}\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} L\le 0 \\ N>0 \end{cases} \text{või} \begin{cases} L\ge 0 \\ N<0 \end{cases}$$

Alternatiiviks võrratusesüsteemide lahendamisele on omadus, et jagatis on samadel tingimustel positiivne (negatiivne) kui korrutis:

$$\frac{L}{N}>0 \Leftrightarrow L\cdot N>0;\ \frac{L}{N}<0 \Leftrightarrow L\cdot N<0$$

$$\frac{L}{N}\ge 0 \Leftrightarrow L\cdot N\ge 0, \text{ ja } N\ne 0;$$

$$\frac{L}{N}\le 0 \Leftrightarrow L\cdot N\le 0 \text{ ja } N\ne 0.$$

Intervallide meetod

$(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)<0\ (>, \le, \ge)$

1. Tegurite nullkohad.
2. Joonis (joone algus, põrkamine).
3. Jooniselt lahendihulk.

Absoluutväärtust sisaldavad võrratused (def. tasemel, st kauguse mõiste abil):

$$|x|<a \Leftrightarrow \begin{cases} x<a \\ x>-a \end{cases}$$

$$|x|>a \Leftrightarrow x>a \text{ või } x<-a\ .$$

Võrratusesüsteemid: üks tundmatu, mitu võrratust, lahendame ükshaaval võrratused ja leiame lahendihulkade ühisosa.